التعليم في الفضاء
(الهندسة الفضائية)

1. المعلم الديكارتي

المعلم للفضاء: هو كل رباعية نقط $(O;I,J,K)$ ليست من نفس المستوي

باعتبار المبدأ O و بوضع $\overrightarrow{OI}=\vec{i}$ ، $\overrightarrow{OJ}=\vec{j}$ و $\overrightarrow{OK}=\vec{k}$ نرمز للمعلم ب $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

* يسمى (OI) محور الفواصل، (OJ) محور التراتيب و (OK) محور الرواقم
* يرمز للمستوي (OIJ) ب $P(O;\vec{i};\vec{j})$

2. احداثيات نقطة واحداثيات شعاع

* نرمز لإحداثيات نقطة M من الفضاء ب $M(x;y;z)$ حيث $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ مع $(x;y;z)\epsilon\,\mathbb{R}^3$
* نرمز لإحداثيات شعاع من الفضاء ب $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ أو $\overrightarrow{OM}(x;y;z)$

3. الحساب والخواص

$A(x_A;y_A;z_A)$ ، $B(x_B;y_B;z_B)$ نقطتين من الفضاء، $\vec{u}(x;y;z)$ ، $\vec{v}(x';y';z')$ شعاعين من الفضاء و $\alpha\epsilon\mathbb{R}$

أ) حساب احداثيات الشعاع $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$

ب) حساب احداثيات M منتصف القطعة $[AB]$: $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$

ج) $\vec{u}+\vec{v}\,(x+x';y+y';z+z')$ و $\alpha\vec{u}=(\alpha x;\ \alpha y\ ;\ \alpha z)$

د) $\vec{u}=\vec{v}\Rightarrow\begin{cases}x=x'\\y=y'\\z=z'\end{cases}$ و $\vec{u}=\vec{0}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\\z=0\end{cases}$

4. الأشعة من نفس المستوي

$\vec{u}(a;b;c)$ ، $\vec{v}(a';b';c')$ و $\vec{w}(a'';b'';c'')$ 3 أشعة من الفضاء و $(x;y)\epsilon\mathbb{R}^2$.

$\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ من نفس المستوي $\Leftrightarrow \vec{w}=x\vec{u}+y\vec{v}$

أي الجملة $\begin{cases}ax+a'y=a''\\bx+b'y=b''\\cx+c'y=c''\end{cases}$ تقبل حلا $(x;y)$ في $\mathbb{R}^2$

Prof Mustapha
KHALDI

5. معادلة مستقيم معرف بنقطة وشعاع توجيه

ليكن(D)المستقيم الذي يشمل $A(x_A;y_A;z_A)$ و $\vec{u}(a;b;c)$ شعاع توجيه له

$$M(x;y;z)\epsilon(D)\ \Rightarrow\ \overrightarrow{AM}=\alpha\vec{u}\ \Rightarrow\ \begin{cases}x-x_A=\alpha a\\y-y_A=\alpha b\\z-z_A=\alpha c\end{cases}\ \Rightarrow\ \frac{x-x_A}{a}=\frac{y-y_A}{b}=\frac{z-z_A}{c}$$

و منه معادلة (D) هي: $\begin{cases}b(x-x_A)-a(y-y_A)=0\\c(x-x_A)-a(z-z_A)=0\end{cases}$

6. المسافة

❶ طويلة شعاع $\vec{u}(x;y;z)\ \Rightarrow\ \|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

❷ المسافة بين نقطتين $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$

7. معادلة سطح كرة مركزها مبدأ المعلم

(S) سطح كرة مركزها O مبدأ المعلم و نصف قطرها α

$$M(x;y;z)\epsilon(S) \Rightarrow OM=\alpha \Rightarrow \boxed{x^2+y^2+z^2=\alpha^2}$$

8. معادلة المستويات الموازية لأحد مستويات الاحداثيات

❶ معادلات مستويات الاحداثيات

معادلة $P(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ هي $z=0$ ، معادلة $P(O;\vec{\jmath};\vec{k})$ هي $x=0$ و معادلة $P(O;\vec{k};\vec{\imath})$ هي $y=0$

❷ معادلة لمستو مواز لأحد مستويات الإحداثيات

لتكن $D(a;b;c)$ نقطة من المستوي

- معادلة المستوي الذي يشمل D ويوازي $P(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ هي $z=c$
- معادلة المستوي الذي يشمل D ويوازي $P(O;\vec{\jmath};\vec{k})$ هي $x=a$
- معادلة المستوي الذي يشمل D ويوازي $P(O;\vec{k};\vec{\imath})$ هي $y=b$

9. معادلة سطح الأسطوانة الدورانية التي محورها أحد محاور الاحداثيات

ليكن R نصف قطر الأسطوانة

- معادلة سطح الأسطوانة التي محورها (Oz) هي $x^2+y^2=R^2$ و معادلة المقطع بمستو معادلته $z=c$ هي $\begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ z=c \end{cases}$
- معادلة سطح الأسطوانة التي محورها (Oy) هي $x^2+z^2=R^2$ و معادلة المقطع بمستو معادلته $y=b$ هي $\begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ y=b \end{cases}$
- معادلة سطح الأسطوانة التي محورها (Ox) هي $y^2+z^2=R^2$ و معادلة المقطع بمستو معادلته $x=a$ هي $\begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ x=a \end{cases}$

10. معادلة سطح المخروط الدوراني الذي رأسه O ومحوره أحد محاور الاحداثيات

لتكن α قيس نصف زاوية رأس هذا المخروط

- معادلة سطح المخروط الذي محوره (Oz) هي: $x^2+y^2-\tan^2\alpha\times z^2=0$
- معادلة سطح المخروط الذي محوره (Oy) هي: $x^2+z^2-\tan^2\alpha\times y^2=0$
- معادلة سطح المخروط الذي محوره (Ox) هي: $y^2+z^2-\tan^2\alpha\times x^2=0$

Prof Mustapha

KHALDI