

## التمرين رقم 01 :

- ليكن ABCD مربعا مركزه O و G مرجح الجملة المثقلة  $\{(A, 1); (B, 2); (C, 3); (D, 6)\}$
1. أنشئ I مرجح الجملة  $\{(A, 1); (C, 3)\}$  و J مرجح الجملة  $\{(B, 2); (D, 6)\}$
  2. بين أن G مرجح النقطتين I و J المرفقتين بالمعاملين 1 و 2 على الترتيب ثم أنشئ G.
  3. لتكن M نقطة من المستوي .  
عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق المساواة  
$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + 6\overrightarrow{MD}\| = 3\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MC}\|.$$
  4. المستوي منسوب الى المعلم  $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$ 
    - أوجد احداثيي G
    - أوجد احداثيي G' مرجح الجملة المثقلة  $\{(A, 3); (B, 6); (C, 1); (D, 2)\}$ .
    - بين أن النقط O , G و G' في استقامة.

## التمرين رقم 02 :

$P(x) = 4x^3 - 4x^2 - 15x + 18$  كثير الحدود حيث :

(1) أثبت أن -2 هو جذر لـ  $P(x)$ . ثم حلل  $P(x)$  إلى جذاء كثيرات الحدود من الدرجة الأولى

(2) عين كل جذور  $P(x)$

(3) حل في R كل من المعادلة و المتراجحة التاليتين :  $P(x) = 18$  ،  $P(x) \leq 0$ .

(4)  $m$  وسيط حقيقي. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول  $x$  التالية :  $(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0$  ... (E)

أ. عين قيم العدد الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين

ب. عين قيم العدد الحقيقي  $m$  حتى يكون من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m+1 < 0$

## التمرين رقم 03 :

$k$  الدالة العددية المعرفة بجدول تغيراتها الموالي :

$x$	-4	-2	1
$k(x)$	5	1	10

(1) أذكر اتجاه تغير الدالة  $k$ .

(2) نعتبر الدوال العددية التالية  $d, \psi$  و  $\varphi$  المعرفة بـ :

$$\varphi(x) = 2 + \frac{1}{k(x)} \quad \text{و} \quad \psi(x) = \sqrt{k(x)} \quad ، \quad d(x) = -2k(x) + 3$$

(أ) عين اتجاه تغير كل دالة من الدوال  $d, \psi$  و  $\varphi$ .

(ب) شكل جدول تغيرات كل دالة من الدوال  $d, \psi$  و  $\varphi$ .

## التمرين رقم 04 :

- نعتبر الدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  المعرفتين بما يلي :  $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$  و  $g(x) = x^2 - 2x + 3$
- نسمي  $(C_f)$  و  $(C_g)$  المنحنيين البيانيين الممثلين لهما في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- (1) عين  $D_f$  و  $D_g$  مجموعتي تعريف كلا من الدالتين  $f$  و  $g$ .
- (2) أ) عين العددين الحقيقيين  $a, b$  بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$  :  $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$ .
- ب) فكك الدالة  $f$  الى مركب دالتين يطلب تعيينهما .
- ج) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]-\infty; 1[$  و  $]1; +\infty[$ .
- د) بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من المنحني  $(C)$  الممثل للدالة مقلوب الى المنحني  $(C_f)$  ثم أرسم  $(C_f)$ .
- هـ) لتكن  $\Omega(1; 2)$  نقطة من المستوى .
- بعد تعيين دساتير تغيير المعلم عين معادلة المنحني  $(C_f)$  في المعلم  $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$  ثم عين مركز التناظر للمنحني  $(C_f)$ .

- (3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $g(x) = (x-1)^2 + 2$ .
- ب) فكك الدالة  $g$  الى مركب دالتين يطلب تعيينهما ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجموعة  $\mathbb{R}$ .
- ج) اشرح كيفية رسم المنحني  $(C_g)$  ثم أرسم  $(C_g)$  في نفس المعلم السابق .
- د) استنتج أنه من أجل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $g(x) \in [2; +\infty[$ .
- (4) نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة بـ :  $h(x) = (f \circ g)(x)$ .
- أ. بين أن الدالة  $h$  معرفة على المجموعة  $\mathbb{R}$ .
- ب. عين عبارة  $h(x)$  بدلالة  $x$ .
- ج. استنتج اتجاه تغير الدالة  $h$  على كل من المجالين  $]-\infty; 1[$  و  $]1; +\infty[$ .
- (5) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية :  $(E) : x^3 - 3x^2 + 3x - 2 = 0$ .
- أ. بين أن المعادلة  $(E)$  تكافئ المعادلة  $f(x) = g(x)$ .
- ب. عين بيانيا حلول المعادلة  $(E)$ .
- (6) ليكن  $P$  كثير الحدود المعرف بـ :  $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ .
- أ) أحسب  $P(2)$  ثم استنتج تحليلا لكثير الحدود  $P$ .
- ب) حل في المجموعة  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$ .

## التمرين رقم 05 :

- $ABC$  مثلث متقايس الأضلاع حيث ،  $AB = 5cm$
- (1) أنشئ النقطة  $H$  المعرفة بالعلاقة :  $-2\overline{HA} + \overline{HB} = \vec{0}$  ماذا تمثل النقطة  $H$  بالنسبة للنقطتين  $A$  و  $B$  ؟
- (2) لتكن النقطة  $G$  مرجح الجملة المثقلة  $\{(A; -2), (B; 1), (C; -1)\}$
- أ) بين أن النقطة  $G$  تحقق العلاقة :  $-\overline{GH} - \overline{GC} = \vec{0}$ .
- ب) أنشئ النقطة  $G$ .
- (3) عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث تكون النقطة  $A$  مرجحا للجملة  $\{(G; a), (B; b), (C; c)\}$ .
- (4) لتكن  $(\Gamma_1)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى بحيث يكون :  $\| -2\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC} \| = 4$ .
- عين طبيعة المجموعة  $(\Gamma_1)$  وأنشئها .
- (5) لتكن  $(\Gamma_2)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى بحيث يكون :  $(2\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}) \perp (\overline{MB} + \overline{MC})$ .
- عين طبيعة المجموعة  $(\Gamma_2)$  وأنشئها .

التمرين رقم 06 :

ليكن  $ABCD$  رباعيا، حدد كل مجموعة من المجموعات التالية:

$$E_1: \text{مجموعة النقط } M \text{ من المستوي بحيث: } \|\overline{MA} - 3\overline{MB}\| = \|\overline{MC} + \overline{MD}\|$$

$$E_2: \text{مجموعة النقط } M \text{ من المستوي بحيث: } \|2\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}\| = \|\overline{MA} + \overline{MB} - 2\overline{MC}\|$$

$E_3$ : مجموعة النقط  $M$  من المستوي بحيث يكون الشعاعان  $\overline{BC}$  و  $3\overline{MA} - 2\overline{MB} + \overline{MC}$  مرتبطين خطيا.

$$E_4: \text{مجموعة النقط } M \text{ من المستوي بحيث: } 3 \leq \|\overline{MA} - 3\overline{MB} + \overline{MC} + 4\overline{MD}\| \leq 6$$

$$E_5: \text{مجموعة النقط } M \text{ من المستوي بحيث: } \|\overline{MA} + \overline{MB} - 3\overline{MC}\| \geq \|2\overline{MA} - \overline{MC}\|$$

ملاحظة: يطلب ارفاق كل مجموعة برسم توضيحي على حدى.

التمرين رقم 07 :

في الشكل المقابل  $ABCD$  مربع طول ضلعه 10 و  $AMPN$  مربع طول ضلعه  $x$

حيث  $x \in [0;10]$  عدد حقيقي ينتمي إلى المجال  $I = [0;10]$ .

لتكن  $S(x)$  مساحة الجزء الملون في الشكل.

(1) عبر عن مساحة المربع  $AMPN$  ثم مساحة المثلث  $CPD$  بدلالة  $x$ .

(2) استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $I$ :  $S(x) = -x^2 + 5x + 50$ .

(3) عين قيمة  $x$  التي تكون من أجلها المساحة  $S(x)$  أكبر ما يمكن.

(4) نريد تعيين قيم  $x$  التي تحقق المعادلة  $S(x+1) - x[S(4x) + 2] = 0$  .....(E)

أ / بين أن (E) تكافئ  $16x^3 - 21x^2 - 49x + 54 = 0$ .

ب / تحقق أن العدد 2 حل للمعادلة (E).

ج / عين قيم  $x$  التي تحقق المعادلة (E).

التمرين رقم 08 :

نعبر كثير الحدود  $f$  المعرف على المجموعة  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$

(1) بين أن العدد  $\frac{3}{2}$  جذر لكثير الحدود  $f$ .

(2) عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = (2x - 3)(ax^2 + bx + c)$ .

(3) حل في المجموعة  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$ .

(4) أدرس إشارة  $f(x)$  ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) < 0$ .

(5) نضع:  $Q(x) = \frac{f(x)}{x+2}$

أ) عين مجموعة تعريف  $Q(x)$ .

ب) استنتج حلول المتراجحة  $Q(x) \geq 0$ .

(6) حل في المجموعة  $\mathbb{R}$  المتراجحة:  $2x - 13 < -\frac{27}{x} + \frac{18}{x^2}$

التمرين رقم 09 :

$ABC$  مثلث حيث  $AB = AC = 5cm$  ،  $I$  منتصف  $[AB]$  و  $J$  منتصف  $[AC]$  .

(1) أنشئ النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A;3), (B;2)\}$  .

(2) لتكن  $H$  النقطة المعرفة كمايلي :  $3\overline{HA} + 2\overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$  .

أ / بين أن  $H$  مرجح الجملة  $\{(G;5), (C;1)\}$  .

ب / بين أن  $H$  مرجح الجملة  $\{(I;2), (J;1)\}$  .

ج / استنتج طريقة بسيطة لإنشاء النقطة  $H$  ثم أنشئها .

(3) المستقيم  $(AH)$  يقطع  $(BC)$  في النقطة  $K$  .

\* بين أن  $K$  مرجح الجملة  $\{(A;1), (H;-2)\}$  .

(4) عين ثم أنشئ  $(E_1)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق  $\|3\overline{MA} + 2\overline{MB} + \overline{MC}\| = 6\|\overline{MA} - 2\overline{MH}\|$  .

(5) عين  $(E_2)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق  $\|3\overline{MA} + 2\overline{MB}\| = \|\overline{MI} - \overline{MJ}\|$  .

التمرين رقم 10 :

☞ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر النقط  $A(1;3), B(-3;-1), C(2;-2)$  ولتكن النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$  والنقطة  $D$  المعرفة

$$\overline{DA} - \overline{DB} + \overline{DC} = \vec{0}$$

1- علم النقط  $A, B, C$  و

2- عين إحداثيي كل من النقطتين  $G$  و  $D$  .

3- بين أن الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع .

4- بين أن النقط  $G, B, H$  في استقامية .

5- لتكن  $(\Delta)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث  $\|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = 3\|\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\|$

عين ثم أنشئ المجموعة  $(\Delta)$  .

6- لتكن  $(C)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث  $\|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = 3\|\overline{MA} - \overline{MB}\|$

عين ثم أنشئ المجموعة  $(C)$  .

التمرين رقم 11 :

☞ نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجموعة  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

(I)

1- أحسب  $f(1)$  ثم أكتب  $f(x)$  على الشكل  $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$  حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية يطلب

تعيينها .

2- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .

3- حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة  $f(x) > 0$  و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .