

دراسة دالة

لدراسة دالة علينا :

1= إيجاد مجال التعريف.

2= إيجاد نهايتها.

3= اشتقاقها.

4= اتجاه تغير دالة.

1.4= تعيين جدول الإشارة.

2.4= تعيين جدول التغيرات .

5= رسم البيان.

6= تعيين معادلة المماس.

1) مجال التعريف :

*في حالة دالة من الشكل $f(x)=ax+b$ نقوم بإيجاد مجموعة الأعداد التي لا يمكن حساب صورها بالدالة $f(x)$ و هذه الأعداد هي التي تعدم الدالة .

[حيث : x هو السابقة و $f(x)$ هو الصورة]

*في حالة دالة من شكل كسر نقوم بإيجاد مجموعة الأعداد التي لا يمكن حساب صورها بالدالة $f(x)$ و هذه الأعداد هي الأعداد التي تعدم المقام .

2) نهاية دالة :

الدالة $f(x)$ تنتمي لمجال التعريف I و x_0 ينتمي لهذا المجال

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$$

لحساب النهاية نعوض x من الدالة بقيمة x_0 :

مثال :

نحاية الدالة عند العدد $x_0=1$ هي $f(1)=5 \times 1^2 + 1 = 6$ يعني نحاية الدالة $f(x)$ عند العدد 1 هي 6 و نكتب :

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 5x^2 + 1 = \lim_{x \rightarrow 1} 5 \times 1^2 + 1 = 6$$

3) الاشتقاق :

قاعدة عامة :

$f(x) \in I \quad I \in \mathbb{R} \quad X_0 \in I$ حيث I هو مجال التعريف .

تكون $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند X_0 إذا وفقط إذا كانت :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$$

إذا اعتبرنا أن $x = x_0 + h$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = l$$

نقول : l هو العدد المشتق للدالة $f(x)$ عند x_0 و نكتب $f'(x) = l$

كيف وجدنا h في المقام ؟

لدينا : $x = h + x_0$

المقام عبارة عن : $x - x_0$

يعني :

$$x - x_0 = (h + x_0) - x_0$$

$$x - x_0 = h + x_0 - x_0$$

$$x - x_0 = h$$

| الدالة المشتقة | الدالة المرجعية | مجال التعريف |
|-----------------------|-----------------|----------------|
| 0 | K | R |
| 1 | X | R |
| $-\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{x}$ | R |
| $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | \sqrt{x} | R ⁺ |
| 2x | X ² | R |

بصفة عامة :

| الدالة المشتقة | الدالة المرجعية | مجال التعريف |
|----------------------|-----------------|--------------|
| nx^{n-1} | x^n | R |
| $-\frac{n}{x^{n+1}}$ | $\frac{1}{x^n}$ | R* |

عمليات على الدوال:

إذا كانت الدالتين f و g قابلتين للاشتقاق على I فإن :

| الدالة المشتقة | الدالة |
|-------------------------|------------------------------|
| $f' + g'$ | $(f + g)'$ |
| $\frac{g'}{g^2}$ | $\left(\frac{1}{g}\right)'$ |
| $\frac{f'g - g'f}{g^2}$ | $\frac{f}{g} \quad g \neq 0$ |
| $f'g + g'f$ | $(f \cdot g)'$ |
| af' | $(af)'$ |
| f' | $a + f$ |
| $-\frac{f}{f^2}$ | $\frac{1}{f}$ |

4) اتجاه تغير دالة

1.4) جدول الإشارة :

لرسم جدول الإشارة نقوم بعدم الدالة أو مقام الدالة (مثل إيجاد مجال التعريف) بعدها نرسم الجدول :

| | | | |
|------|------------|---|-------------|
| x | $-\infty$ | x | $+\infty$ |
| ax+b | مع إشارة x | | عكس إشارة x |

مثال : $f(x)=2x+1$

$$2x+1=0 \rightarrow 2x=-1 \rightarrow x=-1/2$$

جدول الإشارة :

| | | | |
|------|-----------|------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1/2 | $+\infty$ |
| 2x+1 | - | | + |

عند وجود أكثر من عبارة كحالة دالة كسرية فإن :

إشارة موجبة × إشارة موجبة = إشارة موجبة

إشارة سالبة × إشارة سالبة = إشارة موجبة

إشارة سالبة × إشارة موجبة = إشارة سالبة

$$(+ = + \times +)$$

$$(+ = - \times -)$$

$$(- = + \times -)$$

2.4) جدول التغير :

++ في المجال الذي تكون في الدالة المشتقة موجبة تكون الدالة متزايدة

+++ في المجال الذي تكون في الدالة المشتقة سالبة تكون الدالة متناقصة

| | | | |
|-------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
| f'(x) | - | 0 | + |
| f(x) | ↓ | | ↑ |

الإشارة

التغير

ملاحظة : هذه الأمثلة لفهم جدول الإشارة .. في دراسة الدالة نقوم بدراسة إشارة المشتقة

مثال عن جدول تغير "دراسة دالة":

| | | | |
|-------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
| f'(x) | + | 0 | - |
| f(x) | ↑ | | ↓ |

5) رسم البيان:

تعريف دالة بمنحن في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس هو رسم مجموعة النقاط التي إحداثياتها (x, y)

حيث x عنصر من مجال التعريف D و $y=f(x)$.

6) تعيين معادلة المماس :

$f(x)$ دالة معرفة على مجال D_f من R

x_0 عدد من D_f حيث $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند هذا العدد

$F'(x)$ هو العدد المشتق عند x_0

C_f الرسم البياني للدالة $f(x)$ في معلم متعامد و متجانس

مماس النقطة $A(x_0, f(x_0))$ هو المستقيم الذي يشمل A و معامل توجيهه $f'(x_0)$

$$\text{معادلته: } y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

مثال عن منحنى دالة و المماس:

