

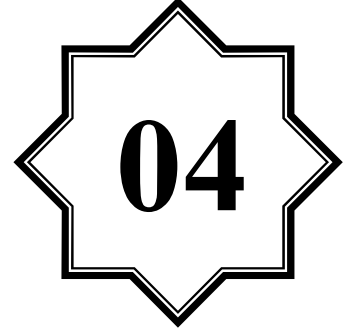
مفصل

مركز

نظري

الميكانيك و الطاقة

الطاقة الكامنة



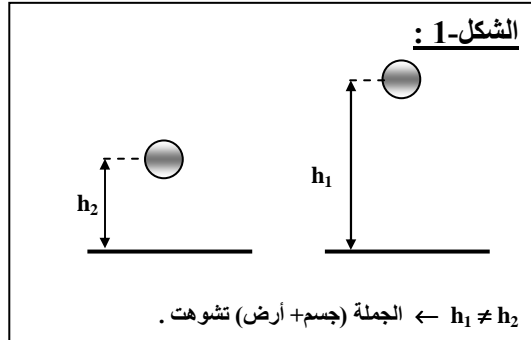
الشعب : علوم تجريبية
رياضيات ، تقني رياضي

www.sites.google.com/site/faresfergani

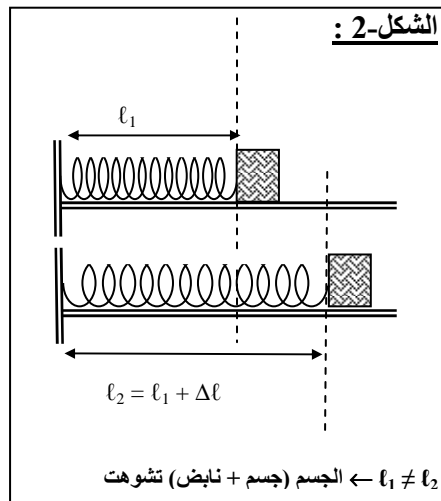
تاريخ آخر تحديث : 2013/03/22

1 - الجملة القابلة للتشوه و الطاقة الكامنة :

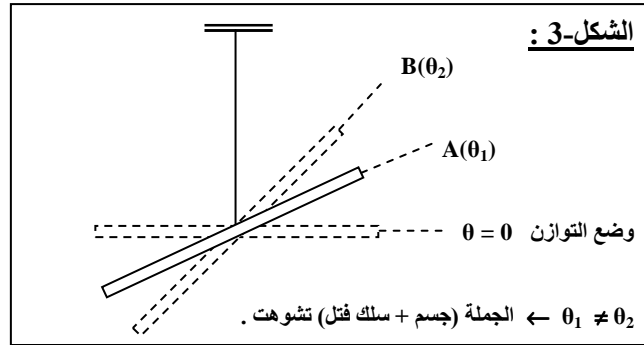
- نقول عن جملة أنها قابلة للتشوه ، إذا تغيرت المسافة بين مختلف أجزائها و مختلف النقاط المادية المكونة لها ، و بتشوه الجملة تكتسب هذه الأخيرة طاقة تدعى طاقة كامنة يرمز لها بـ E_p و وحدتها الجول (J) .
- أهم الجمل الميكانيكية القابلة للتشوه و التي ستكون محول الدراسة في برنامجنا هي :
- الجملة (جسم + أرض) :



- تتشوه الجملة (جسم + أرض) إذا تغير البعد بين الجسم و الأرض .
- عندما تتشوه الجملة (جسم + أرض) تكتسب طاقة كامنة ثقالية يرمز لها بـ E_{pp} .
- الجملة (جسم + نابض) :



- تنتشوه الجملة (جسم + نابض) عندما يتغير طول النابض (استطالة أو انضغاط).
- عندما تنتشوه الجملة (جسم + نابض) تكتسب طاقة كامنة مرونية يرمز لها بـ E_{Pe} .
- الجملة (جسم + سلك فتل)



- تنتشوه الجملة (جسم + سلك فتل) عندما يفتل السلك بزواوية معينة θ .
- عندما تنتشوه الجملة (جسم + سلك فتل) تكتسب طاقة كامنة فتلية θ يرمز لها بـ E_{Pe} .

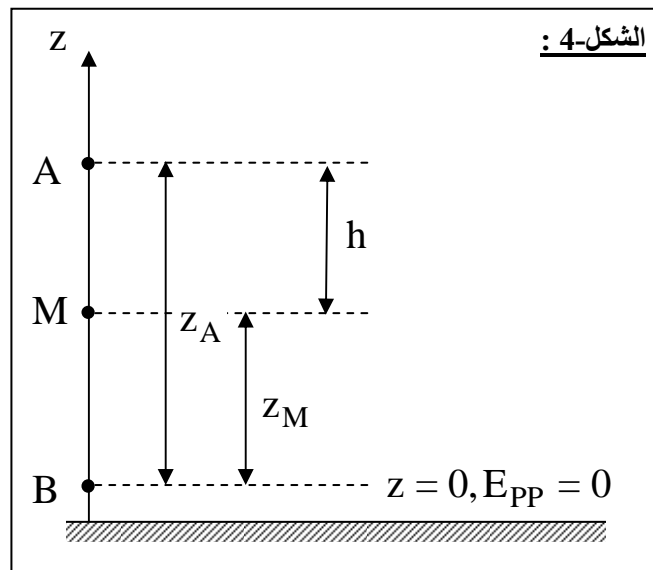
ملاحظة :

- في الحقيقة الطاقة الكامنة لجملة مادية هي مقدار موجب ، لكننا معها كمقدار جبري ، حيث تقاس بالنسبة لمرجع نعتبر عنده الطاقة الكامنة معدومة . علما أن التغير في الطاقة الكامنة لا يتغير بتغير المرجع .
- بالنسبة للطاقة الكامنة المرونية و الطاقة الكامنة الفتلية عادة نعتبر وضع التوازن مرجعا لحساب الطاقة الكامنة المرونية ($x = 0$) و الطاقة الكامنة الفتلية ($\theta = 0$) .

2- الطاقة الكامنة الثقالية :

نشاط-1 :

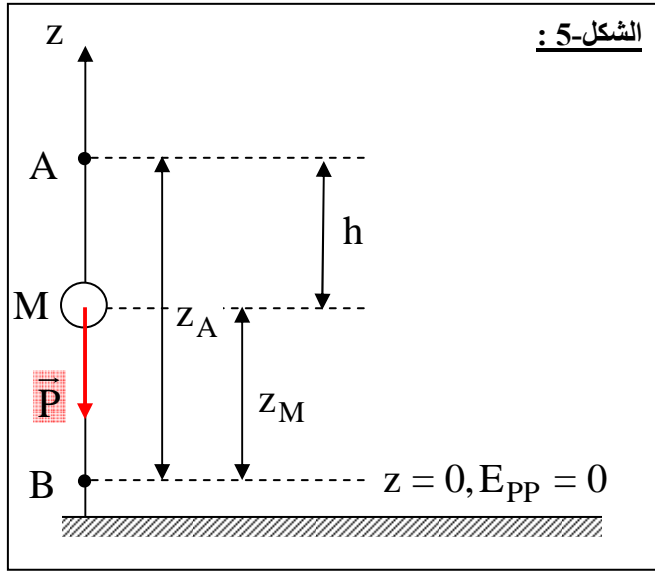
- جسم نقطي (S) كتلته m يسقط حرا (بدون سرعة ابتدائية) ابتداء من موضع A باتجاه موضع B مرورا بموضع M (تُهمل تأثيرات الهواء على الجسم) .
- نعتبر المستوي الأفقي المار من الموضع B مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية ، و في هذه الحالة نعتبر z_A هو بعد الموضع A عن المستوي المرجعي ، z_M بعد الموضع M عن المستوي المرجعي (الشكل-4) .



- 1- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة و باعتبار الجملة (جسم + أرض) أوجد عند الموضع M عبارة الطاقة الحركية E_{CM} بدلالة E_{ppA} الطاقة الكامنة الثقالية عند الموضع A و E_{ppM} الطاقة الكامنة الثقالية عند الموضع M .
- 2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم) أوجد عند الموضع M عبارة الطاقة الحركية E_C بدلالة z_A ارتفاع الموضع A عن المستوي المرجعي و z_M ارتفاع الموضع M عن المستوي المرجعي .
- 3- اعتمادا على العبارتين السابقتين استنتج عبارة الطاقة الكامنة الثقالية عند الموضع A و الموضع الكيفي M .

تحليل النشاط :

1- عبارة الطاقة الحركية E_{CM} بدلالة E_{ppA} ، E_{ppM} :



- الجملة المدروسة : (جسم + أرض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- لا توجد قوى خارجية .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة بين الموضعين A و M :

$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_M$$

$$E_{CA} + E_{ppA} = E_{CM} + E_{ppM}$$

▪ $E_{CA} = 0$ ($v_A = 0$)

و منه يصبح :

$$E_{ppA} = E_{CM} + E_{ppM}$$

$$E_{CM} = E_{ppA} - E_{ppM} \dots\dots\dots (1)$$

1- عبارة الطاقة الحركية E_{CM} بدلالة z_M ، z_A :

- الجملة المدروسة : (جسم S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل \vec{P} .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة بين الموضعين A و M :

$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_M$$

▪ $E_{CA} = 0$ ($v_A = 0$)

▪ $W_{A-M}(\vec{P}) = m.g.h = m.g(z_A - z_M) = m.g.z_A - m.g.z_M$

و منه يصبح :

$$0 + m.g.z_A - m.g.z_M = E_{CM}$$

$$E_{CM} = m.g.z_A - m.g.z_M \dots\dots\dots (2)$$

3- عبارة الطاقة الكامنة الثقالية عند الموضع A و الموضع الكيفي M :

مما سبق لدينا :

$$E_{CM} = E_{ppA} - E_{ppM} \dots\dots\dots (1)$$

$$E_{CM} = m.g.z_A - m.g.z_M \dots\dots\dots (2)$$

بالمطابقة نجد :

$$E_{ppA} = m.g.z_A$$

$$E_{ppM} = m.g.z_B$$

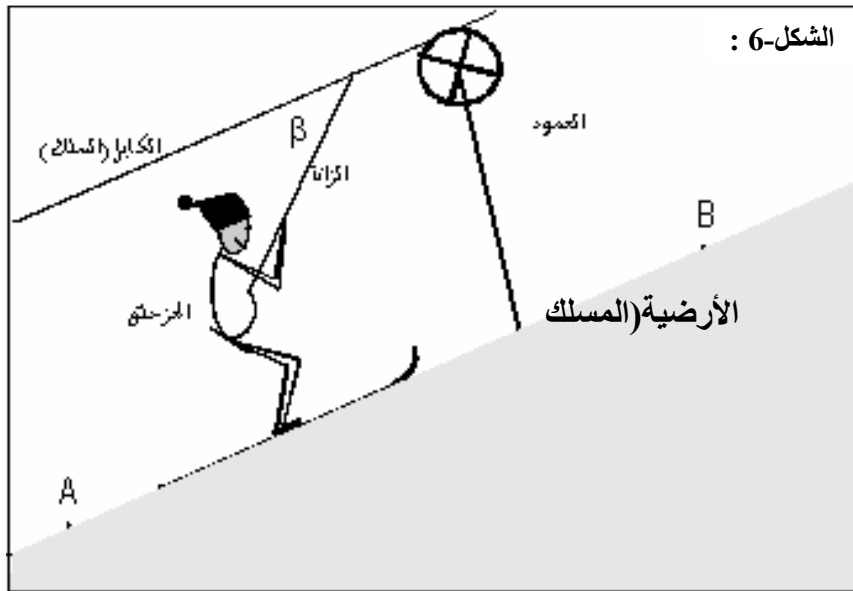
نتيجة :

عندما يكون جسم (S) على ارتفاع z من مستوي مرجعي فإن الجملة (جسم S + أرض) تمتلك طاقة كامنة ثقالية يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{pp} = m.g.z$$

نشاط-2 : (هل الطاقة الكامنة الثقالية طاقة مخزنة أم تحويل طاقي ؟)

- مصعد يتحرك بسرعة ثابتة، على جزء مستقيم AB من المسلك (الشكل-6) .
- نريد دراسة التحويلات الطاقوية بين المتزحلق والأجسام المحيطة به وذلك خلال صعود المتزحلق على الطول AB من المسلك.

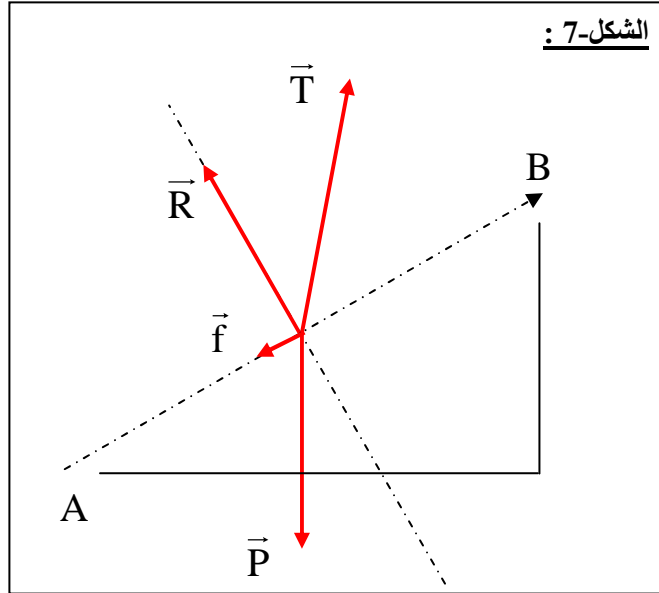


- 1- مثل القوى المطبقة على المتزحلق أثناء صعوده ، ثم مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (المتزحلق) بين موضعه الابتدائي و موضع كفي و أكتب معادلة إنحفاظ الطاقة .
- 2- في رأيك، هل المتزحلق يستقبل أو يقدم الطاقة ، أثناء قطعه الجزء AB من المسلك ؟
- في حالة الإجابة بنعم، ما هي الأجسام التي قدمت له هذه الطاقة (و/أو) ما هي الأجسام التي أخذت الطاقة منه؟
- في حالة الإجابة بلا، لماذا؟

- 3- هل توجد في رأيك، طاقة مخزنة من طرف المتزحلق والتي يمكن أن تسترجع عند الهبوط مثلاً؟
 4- هل توجد في رأيك، طاقة ضائعة من طرف المتزحلق والتي لا يمكن أن يسترجعها؟
 تصنف الإجابات على ثلاث: الطاقة المستقبلية، الطاقة المخزنة (التي يمكن استرجاعها)، الطاقة الضائعة (لا يمكن استرجاعها).

تحليل النشاط :

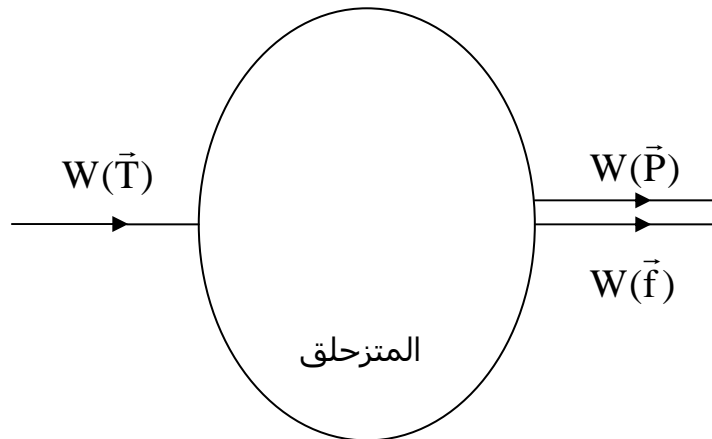
1- تمثيل القوى :



الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) :

- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة :

- قوة توتر الخيط \vec{T} ← جهتها في جهة الحركة ← $W_{A-B}(\vec{T}) > 0$. أي عملها طاقة مكتسبة .
 - قوة الثقل \vec{P} ← جهتها معاكسة لجهة الحركة ← $W_{A-B}(\vec{P}) < 0$. أي عملها طاقة مقدمة .
 - قوة الاحتكاك \vec{f} ← جهتها معاكسة لجهة الحركة ← $W_{A-B}(\vec{f}) < 0$. أي عملها طاقة مقدمة .
- أشكال الطاقة : حركية ثابتة أثناء الانتقال من A إلى B لأن سرعة المتزحلق ثابتة أثناء هذا الانتقال .
 و عليه تكون الحصيلة الطاقوية للجملة (متزحلق) كما يلي :



معادلة إنحفاظ الطاقة :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (متزحلق) بين الموضعين A و B يكون :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{A-B}(\vec{T}) - (|W_{A-B}(\vec{P})| + |W_{A-B}(\vec{f})|) = E_{CB}$$

و كون أن الطاقة الحركية ثابتة أثناء الانتقال من A إلى B أي $E_{CA} = E_{CB}$ يصبح :

$$W_{A-B}(\vec{T}) - |W_{A-B}(\vec{P})| - |W_{A-B}(\vec{f})| = 0$$

2- أثناء قطع المسافة AB يستقبل المتزحلق طاقة مساوية لعمل قوة التوتر $W(\vec{T})$ ، يُترك للمحيط بسبب الاحتكاك

جزءاً من هذه الطاقة المساوي لعمل قوة الإحتكاك $|W(\vec{f})|$ ، أما الجزء المتبقي المساوي لعمل قوة الثقل $|W(\vec{P})|$ يُخزّن من طرف المتزحلق عندما يكون في تأثير متبادل مع الأرض .

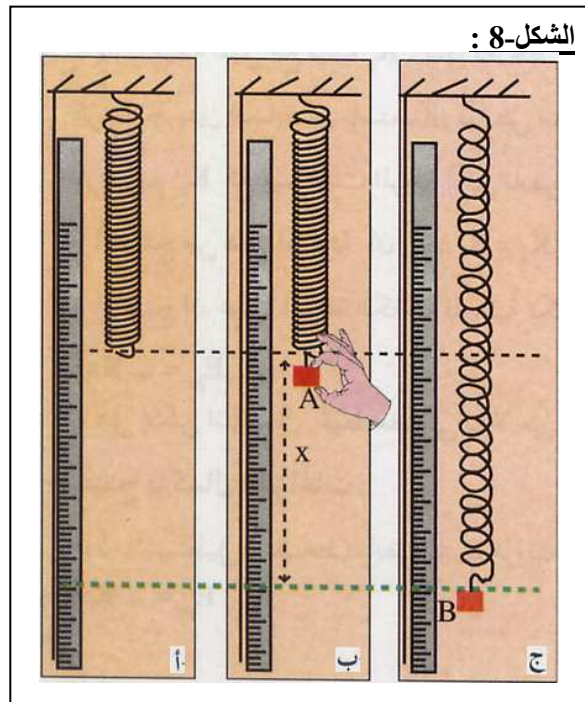
3- نعم توجد طاقة مخزّنة من طرف المتزحلق والتي يمكن أن تسترجع عند الهبوط ، هذه الطاقة هي الطاقة اللازمة لرفع المتزحلق من A إلى B و التي تكون مساوية لعمل قوة التوتر $W_{A-B}(\vec{T})$ ، يمكن استرجاع هذه الطاقة عند هبوط المتزحلق على شكل طاقة ناتجة عن تأثير متبادل بين الأرض و المتزحلق و قيمة هذه الطاقة مساوية لقيمة عمل قوة الثقل $|W_{A-B}(\vec{P})|$.

4- نعم توجد طاقة ضائعة من طرف المتزحلق والتي لا يمكن أن يسترجعها هي الطاقة الضائعة بفعل الاحتكاك قيمتها مساوية لعمل قوة الاحتكاك $|W(\vec{f})|$ و التي نجدها على شكل تغير في الطاقة الداخلية للثلج و المتزحلق .

3- الطاقة الكامنة المرورية :

نشاط :

نربط جسم كتلته M إلى أحد طرفي نابض مرن طويل ثابت مرونته $K = 50 \text{ N/m}$ ، ثم نتركه يسقط من الموضع A بدون سرعة ابتدائية فيستطيل النابض حتى الموضع B أين تنعدم سرعة الجسم و يستطيل عندئذ النابض بالمقدار x (الشكل-8) .



1- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم + أرض + نابض) بين الموضعين A و B و باعتبار المستوي الأفقي المار من الموضع B مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية ، أثبت أن الطاقة الكامنة المرورية للجملة (جسم + نابض + أرض) عند الموضع B أين يكون النابض مستطالا بالمقدار x يعبر عنها بالعلاقة : $E_{pe} = m.g.x$.

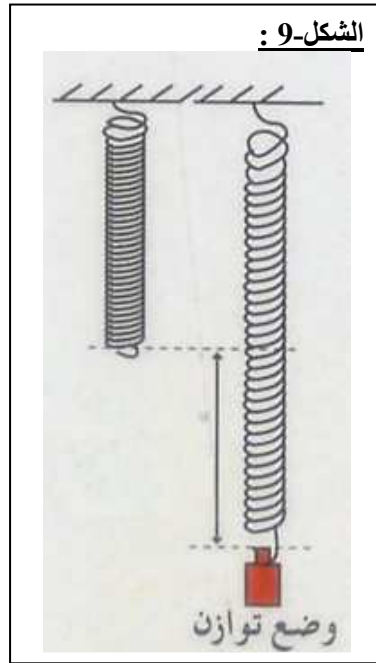
2- كررنا التجربة من أجل قيم مختلفة للكتلة M و قمنا في كل مرة بقياس الاستطالة x للنابض تحصلنا على النتائج المدونة في الجدول التالي :

M(kg)	x(m)	$E_{pe} = Mgx$ (J)	$x^2(m^2)$
0.100	0.04		
0.150	0.06		
0.200	0.08		
0.250	0.10		

أ- أكمل الجدول . نعتبر $g = 10 \text{ m/s}^2$.

ب- أرسم البيان $E_{pe} = f(x^2)$ ، ثم بين أن معادلة هذا البيان من الشكل $E_{pe} = K_e x^2$ حيث K_e هو ميل البيان يطلب حسابه .

3- لتعيين الثابت K_e قم بمعايرة النابض السابق و ذلك بتعليق أجسام مختلفة في نهايته و قمنا بقياس استطالته في كل مرة عندما تتزن الجملة المتكونة من النابض و الجسم .



الجدول التالي يمثل النتائج المتحصل عليها :

M(kg)	x(m)	$T = M.g$ (N)
0.100	0.02	
0.150	0.03	
0.200	0.04	
0.250	0.05	

ب- اعتماد على شرط التوازن أثبت أن توتر النابض بعبر عنه بالعلاقة : $T = M.g$ و اعتمادا على هذه العلاقة أكمل الجدول السابق .

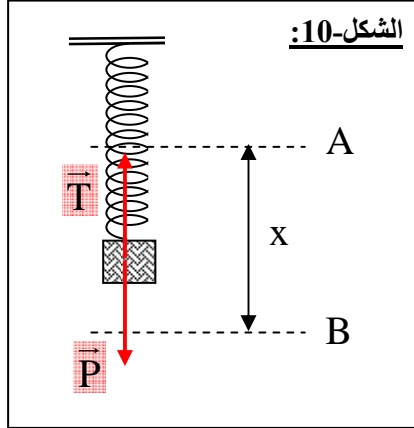
ب- أرسم البيان $T = f(x)$ ، ثم بين أنه معادلته من الشكل $T = K_e' x$ حيث K_e' هو ميل هذا البيان يطلب حسابه .

3- قارن قيمتي K_e ، K_a' بقيمة K ثابت مرونة النابض .

5- كررنا التجربة باستعمال نوابض أخرى مختلفة حصلنا على نفس المقارنة . استنتج إذن عبارة قوة توتر النابض و عبارة الطاقة الكامنة المرورية .

تحليل النشاط :

1- إثبات أن $E_{pe} = m.g.x$:



- الجملة المدروسة : (جسم + أرض + نابض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- لا توجد قوى خارجية مؤثرة على الجملة .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_B$$

$$E_{CA} + E_{ppA} + E_{peA} = E_{CB} + E_{ppB} + E_{peB}$$

$$\square E_{CA} = 0 \quad (v_A = 0)$$

$$\square E_{ppA} = m.g.z_A = m.g.x$$

$$\square E_{peA} = 0 \quad (x = 0)$$

$$\square E_{CB} = 0 \quad (v_B = 0)$$

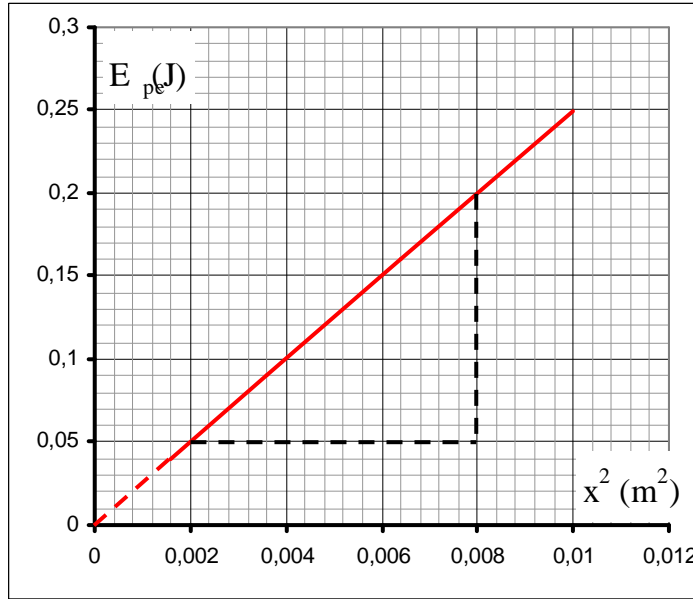
$$\square E_{ppB} = 0 \quad (\text{المستوي المرجعي})$$

يصبح لدينا :

$$E_{peB} = m.g.x$$

2- أ- إكمال الجدول :

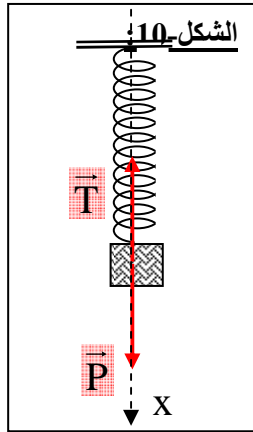
M(kg)	x(m)	$E_{pe} = Mgx$ (J)	$x^2(m^2)$
0.100	0.04	0.04	$1.6 \cdot 10^{-3}$
0.150	0.06	0.09	$3.6 \cdot 10^{-3}$
0.200	0.08	0.16	$6.4 \cdot 10^{-3}$
0.250	0.10	0.25	10^{-2}

ب- البيان $E_{pe} = f(x^2)$:

- البيان $E_{pe} = f(x^2)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $E_{pe} = K_e x^2$ حيث K_e هو ميل هذا البيان .
- من البيان :

$$K_e = \frac{3 \cdot 0,05}{3 \cdot 0,002} = 25$$

3- إثبات أن توتر النابض يعبر عنه بالعلاقة $T = M \cdot g$ في حالة التوازن :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : الثقل \vec{P} ، توتر النابض \vec{T} .
- شرط توازن الجملة :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

$$\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$$

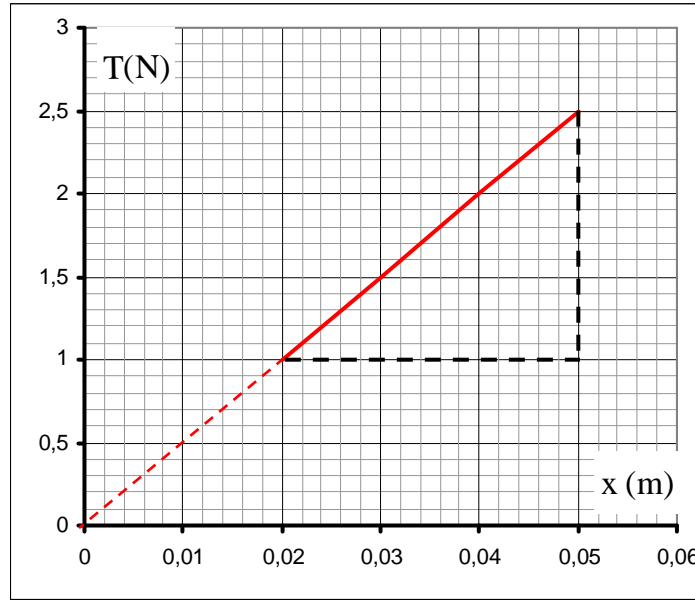
بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox الشاقولي نحو الأسفل :

$$P - T = 0$$

$$M \cdot g - T = 0 \rightarrow T = M \cdot g$$

- إكمال الجدول :

M(kg)	x(m)	T = M.g (N)
0.100	0.02	1.0
0.150	0.03	1.5
0.200	0.04	2.0
0.250	0.05	2.5

ب- البيان $T = f(x)$:

البيان $T = f(x)$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل $T = K_e' x$ حيث K_e' هو ميل هذا البيان .
- من البيان :

$$K_e' = \frac{3 \cdot 0.5}{3 \cdot 0.01} = 50$$

3- مقارنة قيمتي K_e' ، K_e بقيمة K :

$$K = 50$$

$$K_e = 25 \rightarrow K_e = \frac{K}{2}$$

$$K_e' = 50 \rightarrow K_e' = K$$

4- عبارة شدة قوة التوتر T و الطاقة الكامنة المرورية E_{pe} :
مما سبق :

$$E_{pe} = K_e x^2$$

$$T = K_e' x$$

و حيث أن : $K_e = \frac{K}{2}$ ، $K_e' = K$ يكون :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K x^2$$

$$T = K x$$

نتيجة :

- عندما يستطيل نابض مرن ثابت مرونته K أو ينضغط بمقدار x ، يؤثر على الجسم المرتبط به بقوة توتر T شدتها يعبر عنها بالعلاقة :

$$T = K x$$

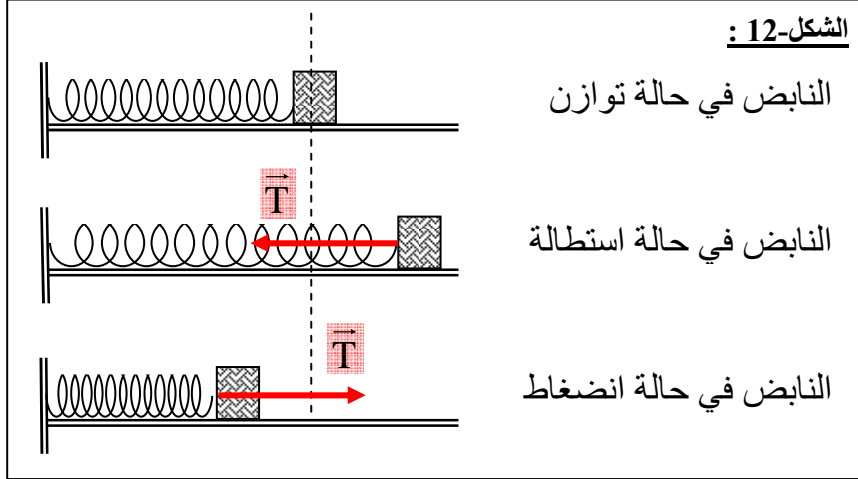
- عندما يستطيل النابض أو ينضغط بمقدار x فإن الجملة (جسم + نابض) عندئذ تملك طاقة كامنة مرونية يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K x^2$$

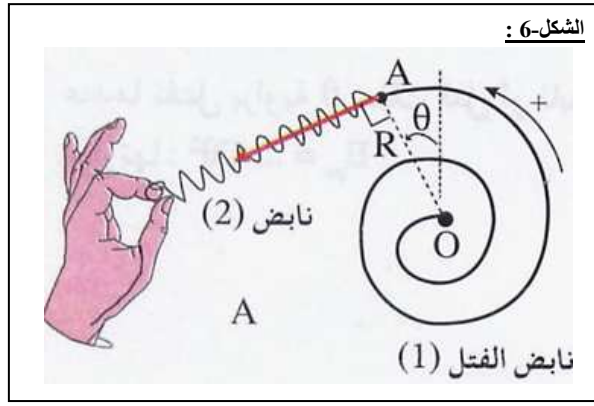
- يقدر ثابت مرونة النابض k بـ N/m

ملاحظة :

جهة قوة توتر النابض تكون باتجاه داخل النابض عندما يكون النابض مستطالا و يكون في اتجاه خارج النابض عندما يكون منضغطا ، أما حاملها يكون منطبق على محور النابض في الحالتين (الشكل) .

**3- الطاقة الكامنة الفتلية :****نشاط :**

- نابض حلزوني مسطح ندعوه نابض فتل (1) ثابت فتله $C = 0.125 \text{ N.m/rad}$ يثبت من طرفه الداخلي في النقطة O ، و باستعمال نابض (2) معاير ثابت مرونته $K = 12.5 \text{ N/m}$ نطبق على الطرف الحر لنابض الفتل (1) قوة عمودية على AO نختاره مرجعا لقياس زاوية دوران نقطة تطبيق القوة (الشكل) .



1- غيرنا في الشدة القوة المطبقة و قسنا في كل مرة الاستطالة x للنابض (2) و زاوية الدوران θ لنابض الفتل (1) الجدول التالي يمثل النتائج المتحصل عليها بأخذ $R = 10 \text{ cm}$:

$x(\text{cm})$	θ (rd)	F (N)	$M = M_o(\vec{F}) = F.R$
4	0.4	0.5	
8	0.8	1.0	
12	1.2	1.5	

أ- أكمل الجدول .

ب- أرسم البيان $M = f(\theta)$ ، الذي يمثل تغيرات عزم مزدوجة الفتل و المساوي لعزم القوة \vec{F} ، ثم بين أن معادلته من الشكل $M = C_e \theta$ حيث C_e هو ميل هذا البيان يطلب حسابه .
 2- لحساب الطاقة المخزنة في نابض الفتل المستعمل في (النشاط-1) نقبل أن الطاقة المخزنة في نابض الفتل (1) تساوي في كل وضع الطاقة المخزنة في النابض (2) . باستعمال النتائج المدونة في الجدول السابق أملأ الجدول التالي :

$x(\text{cm})$	θ (rd)	الطاقة المخزنة في النابض (1) $E_{pe} = 1/2Kx^2(\text{J})$	$\theta^2(\text{rd})^2$
4	0.4		
8	0.8		
12	1.2		

أ- أرسم منحنى تغيرات الطاقة E_{pe} المخزنة في النابض (1) بدلالة مربع الزاوية θ^2 ثم بين أن معادلته من الشكل $E_{pe} = C_e' \theta^2$ حيث K_c' هو ميل هذا البيان يطلب حسابه .
 ب- قارن بين قيمتي C_e ، C_e' و قيمة C ثابت قتل السلك .
 3- قارن قيمة C_e مع قيمة ثابت قتل النابض C . ماذا تلاحظ ؟

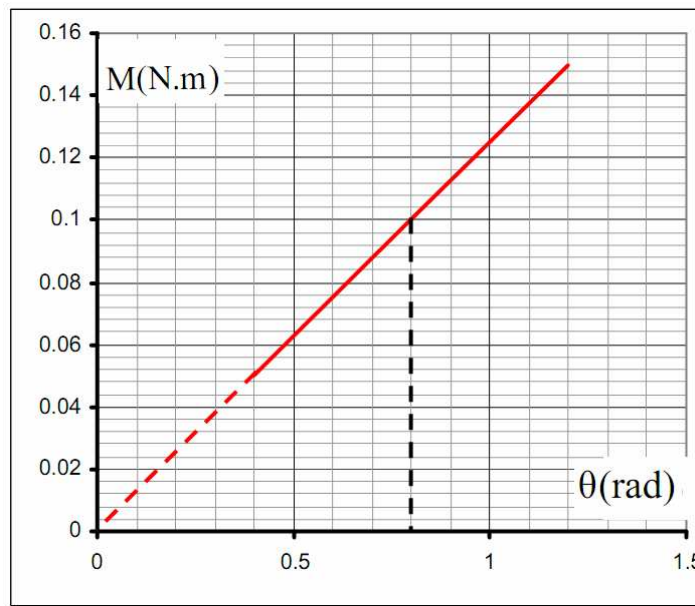
4- استنتج أن عبارة الطاقة الكامنة المرورية لنابض الفتل تكتب على الشكل : $E_{pe} = \frac{1}{2}C\theta^2$.

5- كررنا التجربة باستعمال نوابض فتل أخرى مختلفة تحصلنا على نفس المقارنة . استنتج إذن عبارة عزم مزدوجة القتل و عبارة الطاقة الكامنة الفتلية .

تحليل النشاط :
1- أ- إكمال الجدول :

x(cm)	θ (rd)	F (N)	$M = M_{/o}(\vec{F}) = F.R$
4	0.4	0.5	0.05
8	0.8	1.0	0.10
12	1.2	1.5	0.15

ب- البيان $M = f(\theta)$:

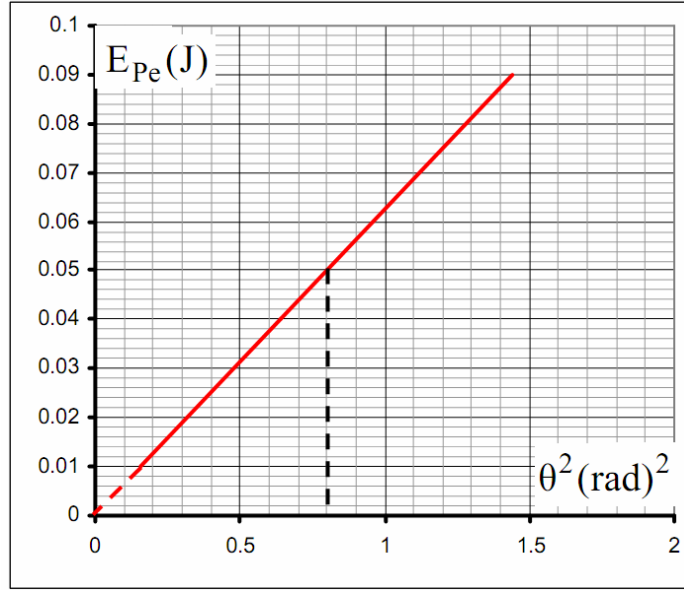


البيان $M = f(\theta)$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ معادلته $M = C_e \theta$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ معادلته $M = C_e \theta$ حيث C_e هو ميل هذا البيان .
- من البيان :

$$C_e = \frac{5.0.02}{1.6.0.5} = 0.125$$

2- أ - إكمال الجدول :

x(cm)	θ (rd)	الطاقة المخزنة في النابض (1) $E_{Pe} = 1/2Kx^2(J)$	$\theta^2(rd)^2$
4	0.4	0.01	0.16
8	0.8	0.04	0.64
12	1.2	0.09	1.44

ب- البيان $E_{pe} = f(\theta^2)$:

البيان $E_{pe} = f(\theta)$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل $E_{pe} = C_e' \theta^2$ حيث C_e' هو ميل هذا البيان .

$$C_e = \frac{5.0.01}{1.6 .0.5} = 0.0625$$

ج- المقارنة بين C_e و C_e' مع C :

$$C = 0.125$$

$$C_e = 0.125 \rightarrow C_e = C$$

$$C_e = 0.125 \rightarrow C_e = \frac{C}{2}$$

4- عبارة شدة قوة التوتر T و الطاقة الكامنة المرورية E_{pe} :

مما سبق :

$$M = C_e \theta$$

$$E_{pe} = C_e' \theta^2$$

و حيث أن : $C_e = C$ ، $C_e' = \frac{C}{2}$ يكون :

$$M = C \theta$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} C \theta^2$$

نتيجة :

- عندما يفتل نواس فتل ثابت فتلته C بمقدار ، يؤثر على الجسم المرتبط به بمزدوجة فتل عزمها M يعبر عنها بالعلاقة :

$$M = C \theta$$

- عندما يفتل نواس فتل بمقدار θ فإن الجملة (جسم + سلك فتل) عندئذ تملك طاقة كامنة فتلية يعبر عنها بالعلاقة :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} C \theta^2$$

يقدر ثابت الفتل بـ N.m/rad .

**** الأستاذ : فرقاني فارس ****

ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم

الخروب - قسنطينة

Fares_Fergani@yahoo.Fr

Tel : 0771998109

نرجو إبلاغنا عن طريق البريد الإلكتروني بأي خلل في الدروس أو التمارين و حلولها .
وشكرا مسبقا

لتحميل نسخة من هذه الوثيقة و للمزيد . أدخل موقع الأستاذ ذو العنوان التالي :

www.sites.google.com/site/faresfergani